

ジョギングの消費エネルギーの物理学的考察

2018年10月15日 家 正則 (国立天文台)

1. ジョギング消費エネルギーの巷での「計算」法

(1) 巷に流布する公式として、「痩せ TECH」の頁 <https://yase.tech/287.html> では極めて簡単な公式

$$\text{体重 (kg)} \times \text{距離 (km)} = \text{消費エネルギー (kcal)} \quad (1)$$

が紹介されています。この公式にはジョギング速度は出て来ないので、物理学的には不十分ですが、超簡単近似と見なすことができます。ちなみにこの公式は速度を考慮した公式(2)と比べるとほぼ時速9kmで走るランナーに該当するようです。

(2) 速度を考慮した計算頁の例として、KAITECの頁

<http://www.kaitec-01.co.jp/mets.html>

では、次のような入力画面(図1)に体重、ジョギング時間、速度(自由には入力できない)を入れて計算することができます。

それでは実際に運動量を計算してみましょう

- ★ 体重・時間の各項目は半角数字で入力し、計算するボタンを押してください。
- ★ 2種目以上の計算する場合は、時間・種目を入力し再度計算するボタンを押してください。
- ★ 間違えてしまった場合はクリアボタンを押してください。

あなたの体重は? kg
運動時間は? 時間! 注意! 30分なら0.5 15分なら0.25を入力してください。
運動は? ! 注意! 値は中間の値を使用しています。

この種目の運動量は kcalです。
あなたの合計運動量は kcalです。

図1. KAITEC社の健康ホームページから

上記例では、60km走行に時速8km、7.5時間なら3150kCal、時速6kmで10時間だと3000kCalと出ます。後述の家の時速7.2km、8.3時間だと約3100kCalとなります

(3) 良く耳にする METS とは?

METSの定義は安静時の消費カロリーを1.0として各種活動の消費カロリーが何倍になるかを示す指標だそうです。国立健康・栄養研究所「身体活動のメッツ(METS)表」改訂

版 2012年4月11日

<http://www.nibiohn.go.jp/eiken/programs/2011mets.pdf>

には、散歩やジョギング（そのほか様々な運動、活動も含む）のメッツ値が公表されています。この表からジョギング速度により METS 値がどう増えていくかを分析してみました。表1は同資料から拾った歩行(<4.8km/h)とランニング(>5.6km/h)の METS 値です。

表1. ジョギング METS のジョギング速度依存性

速度V	METS	DMETS=METS-1	E=V*V	R(V)=DME TS/E	効率係数=R(V)/R(2.5)
0	1	0	0		
2.5	2.5	1.5	6.25	0.24	1
3.2	2.8	1.8	10.24	0.175781	0.7324219
4	3	2	16	0.125	0.5208333
4.8	3.5	2.5	23.04	0.108507	0.4521123
5.6	4.3	3.3	31.36	0.10523	0.4384566
6.4	6	5	40.96	0.12207	0.5086263
8	8.3	7.3	64	0.114063	0.4752604
8.4	9	8	70.56	0.113379	0.4724112
9.7	9.8	8.8	94.09	0.093527	0.3896978
10.8	10.5	9.5	116.64	0.081447	0.3393633
11.3	11	10	127.69	0.078315	0.3263111
12.1	11.5	10.5	146.41	0.071716	0.2988184
12.9	11.8	10.8	166.41	0.0649	0.2704164

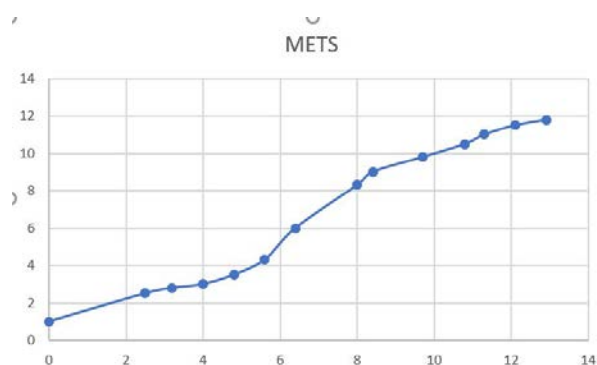


図2 公表 METS 値の速度依存性

図2は同 METS 値の速度依存性をグラフにしたものですが、歩行とランニングでの接続性が悪く、この表の不完全性が示唆されます。METS 値の科学的計測方法に問題があるのでしょうか。

表1の左から3列目には METS-1 の値（運動により必要となった付加エネルギーに比例）、4列目には運動速度から計算される物理学的運動エネルギーの相対値を計算してあります。3列目を4列目に割った値を5列目に、それをさらに速度 2.5km/h のそぞろ歩きの

場合を 1.0 として規格化した数値を 6 列目(最右列)に示します。

物理学的には抵抗が全く無い状態での運動は一定速度を保つので、その b 継続時間によらず運動エネルギーは速度の自乗に比例します。だが、人間のそぞろ歩きの 2.5km/h の場合を考えると、次の一步を止めればすぐ停止してしまうので、一步ごとに運動エネルギー E を 0 から加えているものと見なせると考えられます。ランニングでも歩を止めれば運動エネルギーはゼロになるので一步ごとに運動エネルギーを注入していると見なますが、慣性があるので、速度を保つために一步ごとに加えるべきエネルギーは、一步前の物理的運動エネルギー $mV^2/2$ の何割かで済むはずと考えられます。この割合を効率係数 η として経験値 METS から算定してみた結果が表 1 の最右列の値となります。効率係数の速度依存性を図 3 に示します。これも歩行とジョギングでの METS の評価値の不整合性のため曲線がなめらかではありませんが、時速 7.2km/h ではおよそ、 $\eta = 0.5$ 程度となると読むことにします。

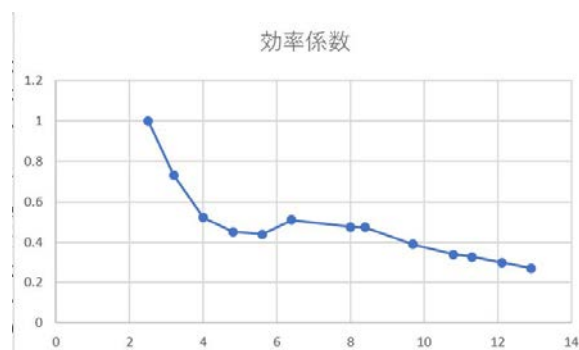


図 3 ジョギング維持のためのエネルギー注入効率 η h の速度依存性

ここまでは、巷に流布するジョギングのエネルギーの経験値の分析の紹介ですが、ネットで探しても、ジョギングエネルギーを物理学的に説明した記事、論文が見つかりませんでした。天文学者の端くれとしては、物理学に基づかない経験則では納得できないので、第一原理からエネルギー計算を積み上げて、巷の「公式」が検証できるかを考えてみることにしました。

2. 暴走老人での実測データ

実測データとしては典型的なランナーのデータを使うべきなのでしょうが、手元に無いので、僭越ながら自分のジョギングデータから計算してみることにします。

筆者がジョギングを始めたのは 61 歳の頃からで、長距離に挑戦し始めたのは 63 歳頃からです。年に一度か二度思い立って、よたよたと暴走しています。表 2 はその記録の一部です。

2012 年秋、ジョギングで墓参を試みたのが始まりです。墓に辿り着く前に逝ってしまうのではとの不安もありましたが、無事墓参を済ませることができました。2016 年 4 月 30 日は途中で二度脚が痙り、徒歩でつないで空港にたどり着きましたが、この日の歩数 88778 歩は使っているスマホのアプリ Popopo のその日の利用者 43901 人中の 3 位でした。

表 2. 暴走老人の Long Slow Jogging 歴

年月日	コース	距離 km	歩数	コメント
2012.05.27	永福町－関戸橋－永福町	39	50726	長距離初挑戦(63 歳)
2012.10.16	永福町－高尾－府中	64	85342	墓参: 無事入墓
2013.10.27	永福町－高尾	42	58020	墓参
2014.05.04	青梅線福生－羽田空港	60	73642	今回はこのデータで考察
2016.04.30	青梅線羽村－羽田空港	62	88778	Popopo 3 位 43901 人中
2017.01.02	聖跡桜ヶ丘－羽田空港	42	60960	
2018.04.29	川越線指扇駅－荒川河口	60	63372	

余談はさておき、以下では 2014 年 5 月 4 日(祝)の走行時の記録を元に算定してみることになります。この日は朝 07:16 に JR 福生駅から出発し、多摩川に出て羽田空港第一ターミナルを目指しました。羽村堰からの多摩川 50km ウォークの路程表示を見ながら、キロ 8 分程度で走り始めます。「まむしに注意」という看板を発見。昨年のスタート地点の京王多摩川 28km を過ぎたところで左腿に痙攣の予兆。週末にテニスをさせて戴いている近くの電通大多摩川運動場に立ちより(11:20)、芝生に大の字になってしばし休憩し、昼食と水分・塩分を補給。

1 時間休んで、恐る恐る歩いたり走ったりを再開(12:20)。39km 地点で突然本格痙攣になり(14:05)、横になることもできず走路上で 5 分間ほど立ち尽くすはめに。痛みが引いたあと六郷土手(16:31)までの 11km はほぼ歩く状態。六郷土手の食堂で休憩してから、なんとかジョギング再開し、53km 地点に 17:05 着。穴守稲荷の大鳥居(17:19)から羽田空港内に。円筒形の国際線ターミナルパーキングを過ぎたところで、モノレールにそって道路の左側に移動。海ホテルを間近に見、点滅ランプをつけて自転車との共用路をトンネルに入る(17:58)。トンネルを抜けると立体交差点の階段を下りて 1km 弱で第一ターミナルに到着(18:14)。



図4 暴走老人の多摩川ジョギング足取り

総所要時間 10 時間 58 分。マップで見積もった距離は 59.6km、総歩数 73642 歩でした交番でシャッターを押してもらい、昨年見つけた空港内の仮眠施設 First Cabin に 1000 円でチェックイン(18:27)。誰も居ない大風呂にゆっくり浸かり、着替える。(昨年もそうだったが、仮眠室もガラガラ)。最後はもちろんビール。帰りの電車の乗り換え階段は、手すりに掴まってのよたよた歩き。何とか帰宅しました (20:40)。



図5 羽田空港周辺の様子

さてこの日の走行中の給水と食事は表 2 のとおりでした。摂取総水量は 4 リットル。摂取総エネルギーは 1640 k Cal でした。

表 3： 走行中に摂取したエネルギー

品目	kCal/個	個数	取得 kbCal
スポーツ飲料(アクエリアス 500ml)	100	5	500
水 (500ml)	0	3	0
小バナナ	60	2	120
おにぎり	180	5	900
干梅	6	20	120
芍薬甘草湯(脚麻痺対策用)	0	3	0
合計			1640

3. ジョギングエネルギーの天文学的考察

以下、いよいよ本題に入ります。 計算を簡略にするため、以下の数値を採用します。

「前提」

走行距離 $L=60\text{km}$ 、体重 $M=60\text{kg}$ 、走行速度 $V=2\text{m/s}$ ($=7.2\text{km/h}$)、高低差 $H=-110\text{m}$ 、重力加速度 $g=9.8\text{ms}^{-2}$ 、走行ピッチ毎秒 3 歩、体重心の上下振幅 6cm(目線の上下から目算)、総歩数 73000 歩。実走行時間 30000 秒(8.33 時間)、休憩 2.67 時間、所要 11 時間、消費飲水量 4L (2L は汗、2L は呼気から水蒸気排出と仮定)、靴サイズ 0.25m、靴摩擦係数 0.8、一歩ごとの靴滑り量は 0.01m とする(実際には靴のグリップは良いので滑りはほとんど無い)。体重減少量 2.1kg(風呂上がり、ビール前での計測)。

[仕事量の計算]

まずは体全体の重心の運動に着目します。

(1) 水平運動エネルギー：

平均秒速 $V=2\text{m/s}$ で $n=73000$ 歩走る場合、摩擦が完全にゼロの水平運動なら脚を繰り返さなくても初速が永遠に維持されるので、 $\eta=0$ となります。一歩ごとに速度ゼロから加速しなければならぬなら $\eta=1$ となります。前頁の考察から、家の平均速度 7.2km/h の場合は、 $\eta=0.5$ 程度となると考えられます。すると総エネルギーは

$$\begin{aligned}
E_j &= 0.5 MV^2 \times \eta n \\
&= 0.5 \times 60 \text{kg} \times (2 \text{ms}^{-1})^2 \times 0.5 \times 73000 \\
&= \underline{4380 \text{kJ}} = \underline{1042 \text{kCal}}
\end{aligned}$$

となります。

(2) 上下位置エネルギー：

物理的には一歩ごとに重心が 6cm の上下調和振動運動していると仮定します。脚が疲労を知らない金属バネでできていれば、上昇時に加えた位置エネルギーは下降時にバネに返してもらえるので、この調和振動によるエネルギーは物理学的には基本的にゼロになります。

しかし、筋肉は長時間にわたり下降分の位置エネルギー分を効果的に受けとり、上昇分の位置エネルギーに返す機能を備えていません。筋肉への負荷により貯まるのは、エネルギーというよりは疲労でしょう。そこで毎回の上昇運動分の位置エネルギーを単純に消費したと考えると（これは大きめに見ている勘定となりますが）、そのエネルギーは、最大で

$$\begin{aligned}
E_p &= n \times Mgh \\
&= 73000 \times 60 \text{kg} \times 9.8 \text{ms}^{-2} \times 0.06 \text{m} \\
&= \underline{2575 \text{kJ}} = \underline{613 \text{kCal}}
\end{aligned}$$

となります。この計算は 60kg を 4380m 持ち上げた計算に相当するので、ちょっと大きすぎるようにも想われます。標高差分 110m は割り引くべきかもしれませんが、結果にはほとんど影響しません。なお、上下振動の運動エネルギー(最大秒速 0.24m/s)は (1) の 2m/s に比べて、エネルギー換算では二桁低いので無視できます。

(3) 摩擦エネルギー

一歩ごとに靴の部分で地面との摩擦負荷があるとすると靴の部分で摩擦に抗してどれくらい滑り運動が起きているかが問題となります、靴が滑っては危ないし最近のランニングシューズはグリップが良いので滑り量はほとんどゼロだと想います。多めに見積もって毎歩 1cm すべりがあるとして見積もりと、摩擦エネルギーは最大で、

$$\begin{aligned}
E_v &= \mu Mg \times n \delta s \\
&= 0.8 \times 60 \text{kg} \times 9.8 \text{ms}^{-2} \times 73000 \times 0.01 \text{m} \\
&= \underline{343 \text{kJ}} = \underline{82 \text{kCal}}
\end{aligned}$$

となります。この値はかなり大きめに見積もっていますが、それでも (1) に比べて無視できる量でもあり、最終的には加算しないのが良いように思われます。

(4) 風圧への仕事

颯爽と風を切るわけではないよたよたランでは風圧は問題になりません。当日も向かい風が強かったわけでは無いので、空気抵抗に対する仕事は無視することにします。

(5) 体の屈伸の運動のエネルギー：

重心は止まっても体のパーツを動かすことで消費するエネルギーがあります。ジョギングでは、体の部分運動自由度の中で一番大きい運動は、両脚を交互に振り挙げて体重を前方へ駆動する動きでしょう。

体を頭部、胴体、両腕、両脚に分けると平均的には頭部 7%、胴体 43%、片腕 6.5%、片足 18.5%になるそうです。つまり両腕、両脚で 50%。体をバラバラにして考える必要がある(?) ときの参考にしてください。 家の場合は、頭部 4.2kg、胴体 25.8kg、片腕 3.9kg、片脚 11.1kg との勘定になります。脚の振り上げ高さを(過大評価ですが)10cm とすると、

$$\begin{aligned} E_L &= M_L gh \times n \\ &= 11.1\text{kg} \times 9.8\text{ms}^{-2} \times 0.1\text{m} \times 73000 \\ &= 794\text{kJ} = 189\text{kCal} \end{aligned}$$

脚挙げ運動エネルギーは、189 k Cal となります。脚の筋肉バネの伸縮に伴う仕事は (2) で評価済みと考えます。 脚に加えて腕振りのエネルギーも考えるべきですが、脚に比べると質量も小さいのでこれは無視することにします。

(6) 生態維持エネルギー：

運動しなくても、一日 1600 k Cal が生体維持エネルギーとして必要とされます。走らなくとも使う分ですが、その 11 時間分は、

$$\begin{aligned} E_B &= E_{\text{day}} \times f \\ &= 1600\text{kCal} \times 11\text{h} / 24\text{h} \\ &= 730\text{kCal} \end{aligned}$$

となります。

(7) 発熱エネルギー：

ジョギング中に飲用した 4 リットルの水分 (21C) は、すべて体温 36C にまで加熱して呼吸、汗、尿として排泄しています。 その分の加熱に必要なエネルギーは

$$\begin{aligned} E_T &= m_w dT \\ &= 4000 \times 15 = 60\text{kCal} \end{aligned}$$

呼吸から水蒸気として排出した分を多めの 2 リットルと見積もり、蒸発エネルギーをさらに加算すると

$$80\text{Cal} \times 2000 = 160 \text{ k Cal}$$

を加えることができますが。微々たるものですし、そもそも (7) は (1) - (6) の結果と考えるべきで二重計上してはいけないのかもしれないかもしれません。

[集計結果]

(1) から (7) までを全部足すと、2836kCal となり、(3) と (7) を省くと 2534 k Cal となります。これらの数値は METS の推算値 3100kCal とは、エネルギーとして 264~566kCal の説明できない分が残ります。桁が合えば満足する天文学者としては、消費エネルギーの積算結果は METS の推算値と見事に一致したと考えることもできそうです。その一方、計算の考え方が正しいかはおおいに疑問が残るところです。なんだか納得できないもやもやが、残る気がします。拙論への突っ込み意見があれば、ご教示ください。

確かな事実は、当日の飲食補充分は 1640kcal。消費エネルギーは 2534~3100 k Cal となるので、894~1460cal が不足したことになります。2.1kg の脱水もあり、や疲労回復にはビールや高カロリー食での補充が不可欠だったことを、裏付けることができます (QED)。

(注) 本稿は 2018 年 10 月 10 日に、国立天文台の Astro Coffee ゼミで提供した話題を文書化したものです。 家正則@Honolulu